1) Eine Möwe findet eine Muschel, die sie allerdings mit dem Schnabel nicht öffnen kann. Deshalb fliegt sie auf und lässt die Muschel auf felsigen Boden fallen, sodass die Schale zerbricht.
a) Welche Kraft wirkt beim Aufprall auf die Muschel mit 70g Masse, die mit 14 m/s auf den Boden auftrifft? Muschel und Boden deformieren sich dabei um je 0,1 mm.
b) Eine „dumme" Möwe lässt die Muschel auf Sandboden fallen, wo sich beim Aufprall eine Vertiefung von 2 cm bildet. Wie groß ist in diesem Fall die Kraft?

Anleitung: Verwenden Sie Energieüberlegungen

Lösung: Es wird hier Arbeit $W = F \cdot \Delta s$ geleistet (es tritt eine Kraft F auf der kurzen Strecke der Abbremsung auf und bewirkt die Deformationen) und es wird die kinetische Energie $E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$ in Deformationsarbeit umgewandelt.

Durch Gleichsetzten erhält man:

$\frac{m \cdot v^2}{2} = F \cdot \Delta s$ oder $F = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot \Delta s}$

a) $\Delta s = 0{,}1mm + 0{,}1mm = 0{,}2mm = 0{,}0002m$
($v = 14 m/s$, $m = 70\ g = 0{,}07\ kg$)

Man bekommt eine Kraft F von $\underline{\underline{34\ 300N}}$. Diese Kraft entspricht der Schwerkraft von 3430 kg (1N = 0,1 kg) und reicht sicher aus um die Muschel zu zertrümmern.

b) $\Delta s = 2cm = 0{,}02m$

Es ergibt sich eine Kraft F von $\underline{\underline{343N}}$. Diese ist aber zu gering um die Schale zu zerbrechen.

2) Ein Geländefahrzeug fährt mit einer Geschwindigkeit von 40 km/h durch eine 40 cm tiefe und 2,5 m lange Grube. Das Fahrzeug senkt sich dabei um 16 cm. Am Ende der Grube fahren die Räder wieder auf das ursprüngliche Niveau (wir nehmen dazu eine Strecke von 0,5 m an) und heben das Fahrzeug.
Da die Federung 9 cm des Weges aufnimmt, wird das Fahrzeug weniger weit gehoben. Gleichzeitig wird der Fahrer 5 cm tiefer in den Sitz gedrückt. Welche Kraft muss die Lendenwirbelsäule eines Fahrers, dessen Oberkörpermasse 30 kg beträgt, bei diesem Stoß aufnehmen?

Lösung: Die Bewegung nach oben erfolgt in der Zeit, die das Fahrzeug benötigt, um 0,5 m mit der Geschwindigkeit von 40 km/h (= 11 m/s) zurückzulegen.
Daher ist $\Delta t = 0{,}045$ s.
Der Weg, den der Fahrer nach oben in dieser Zeit zurücklegt, ist: 16 cm – 9 cm – 5 cm = 2 cm
Annahme: Es ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung.
Die Beschleunigung a ergibt sich zu $a = \frac{2 \cdot \Delta s}{\Delta t^2} \rightarrow a = 19{,}75\ m/s^2$
Durch den Stoß entsteht daher eine zusätzliche Beschleunigungskraft auf die Wirbelsäule von 19,75 ms-2 · 30 kg = 592,5 N zusätzlich zu den 300 N, die von der Schwerkraft stammen.
Die Gesamtkraft beträgt somit $\underline{\underline{892{,}5\ N}}$.
Dies ist etwa das 3-fache der Schwerkraft.

3) Eine Kastanie fällt von einem Baum und erreicht den Boden mit der Geschwindigkeit 20 m/s. Sie kann als eine Kugel mit 3 cm Durchmesser aus einem Material der Dichte von 980 kg/m^3 aufgefasst werden.
Beim Auftreffen wird die Schale beschädigt, und es deformiert sich das Innere. Dafür wird 97% der Energie beim Aufprall verwendet. Wie hoch springt die Kastanie vom Boden auf? (Luftreibung wird vernachlässigt)

Lösung: Kastanie fällt vom Baum. Die Energie beim Auftreffen ist $E_k = ½ \cdot m \cdot v^2$ → 97% der Energie werden beim Aufprall verwendet, d.h. 3% bleiben für das Abspringen der Kastanie vom Boden übrig.
Die Kastanie hat am höchsten Punkt nur potentielle Energie $E_p = m \cdot g \cdot h$ → daher ergibt sich aus $\frac{m \cdot v^2 \cdot 0.03}{2} = m \cdot g \cdot h$ die Höhe h = 0,6m.
Bemerkung: Die Masse der Kastanie ist für die Energieüberlegung unwichtig → denn sowohl die potentielle, als auch die kinetische Energie sind proportional der Masse.
Daher hat die Kastanie mit doppelter Masse nach der Reflexion am Boden zwar die doppelte kinetische Energie, aber auch die doppelte potentielle Energie in der erreichten Höhe h!

4) Beim Eisstockschießen wird ein Eisstock mit 30 cm Durchmesser und 1,5 kg Masse mit einer Horizontalgeschwindigkeit von 4 m/s auf das Eis gelegt.
Der Reibungskoeffizient zwischen Stockunterseite und der Eisoberfläche beträgt 0,09.
a) Welche Bewegung führt der Eisstock aus?
b) In welcher Entfernung vom Aufsetzpunkt kommt er zum Stillstand?

Lösung: Reibungskraft F_R ergibt sich aus der Normalkraft $F_N = m \cdot g$ und dem Reibungskoeffizienten μ_r. → $F_R = F_N \cdot \mu_r$

$F_N = 1{,}5 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 15 \text{ N}$, $\mu_r = 0{,}09$ → $F_R = 15 \text{ N} \cdot 0{,}09 = \underline{1{,}35 \text{ N}}$

a) Auf den bewegten Eisstock wirkt ständig die Reibungskraft F_R, die ihn abbremst und die Bewegung verzögert. Die Reibungskraft hängt nur von der Normalkraft ab und ist unabhängig von der Geschwindigkeit. Daher wirkt während der gesamten Bewegung dieselbe (negative) Beschleunigung bzw. dieselbe Bremskraft.
Diese ergibt sich aus der Beziehung $F = m \cdot a$ (wobei F hier die Reibungskraft F_R ist)
$a = F_R/m$ → $a = 1{,}35\text{N} : 1{,}5 \text{ kg} = \underline{\underline{0{,}9 \text{ ms}^{-2}}}$

b) Der zurückgelegte Weg ergibt sich aus $\Delta s = \frac{v^2}{2a} = \underline{\underline{8{,}9 \text{ m.}}}$

5) Katzen können in jeder beliebigen Lage in die Luft geworfen werden, sie erreichen den Boden fast immer mit den Pfoten nach unten, um beim Aufsprung abbremsen zu können. Sie bewirken die Drehung des Körpers in der Luft durch eine Gegenbewegung des Schwanzes. Der Schwanz habe ein Trägheitsmoment von 0,006 kgm^2, der restliche Körper habe ein Trägheitsmoment von 0,12 kgm^2. Wie oft muss eine mit den Pfoten nach oben losgelassene Katze den Schwanz drehen, um nicht mit dem Rücken sondern mit den Pfoten nach unten zu landen?

Anleitung: Die im freien Fall befindliche Katze ist bezüglich der Rotation ein abgeschlossenes System. Wir nehmen an, dass sie zu Beginn keine Drehbewegung ausführte.

Lösung: Da die Katze zu Beginn keine Drehbewegung ausführt, ist der Gesamtdrehimpuls J = 0.
Dieser Wert kann sich nicht ändern, solange die Katze in der Luft ist, da keine Drehmomente auf sie wirken.
Es ist aber möglich, dass ein Teil der Katze einen Drehimpuls in einer Richtung und der andere Teil einen entgegengesetzt gleichen Impuls erhält. Ingesamt ist der Drehimpuls Null.
Falls sich der Körper mit der Winkelgeschwindigkeit ω_K dreht, ergibt sich ein Drehimpuls J_K aus dem Trägheitsmoment I_K zu $J_K = \omega_K \cdot I_K$.
Analog ist für den Schwanz $J_S = \omega_S \cdot I_S$
Da der Gesamtdrehimpuls Null ist, muss $J_S + J_K = O$ oder $\omega_S \cdot I_S = -\omega_K \cdot I_K$ sein.
Annahme, dass die Katze während der Zeit Δt dreht. Man multipliziert die Gleichung mit Δt
$\rightarrow \omega_S \cdot \Delta t \cdot I_S = -\omega_K \cdot \Delta t \cdot I_K$
Erfolgt eine Drehung mit der Winkelgeschwindigkeit ω in der Zeit Δt, so ist $\omega \cdot \Delta t$ der dabei erreichte Drehwinkel. Es ist $\omega_S \cdot \Delta t = \Delta\Phi_S$ der Drehwinkel des Schwanzes und
$\omega_K \cdot \Delta t = \Delta\Phi_K$ der Drehwinkel des Körpers.
Daher ist $\Delta\Phi_S \cdot I_S = -\Delta\Phi_K \cdot I_K$ oder $\Delta\Phi_S = -\Delta\Phi_K \cdot \frac{I_K}{I_S}$.
Um eine halbe Körperdrehung zu erreichen, ist $\Delta\Phi_K = \pi$, daher ist
$\Delta\Phi_S = -\pi \cdot \frac{0{,}12}{0{,}006} = -\pi \cdot 20$.
Es sind somit 10 Umdrehungen nötig.

6) Ein Eisbär mit einer Masse von 250 kg steht auf einer 30 cm dicken Eisscholle. Welche Fläche muss die Scholle haben, damit sie den Eisbären gerade noch tragen kann?

Lösung:
Gewicht des Eisbären (G_B): $G_B = m \cdot g = 250\ kg \cdot 9{,}81\ ms^{-2} = 2500N$
Auftrieb der Eisscholle (F_A): $F_A = V\cdot \rho_W \cdot g$
Gewicht der Eisscholle (G_S): $G_S = V\cdot \rho_E \cdot g$

Die eingetauchte Scholle verdrängt das Wasservolumen V. Die Auftriebskraft ist gleich dem Gewicht des Körpers, welcher das Flüssigkeitsvolumen verdrängt (also Gewicht des Eisbären + Gewicht der Eisscholle).
Auftrieb der Scholle minus Gewicht der Scholle entspricht dem Gewicht des Eisbären.

$V\cdot (\rho_W - \rho_E) \cdot g = 2500N$
$\rightarrow V = 1{,}923\ m^3$

Fläche der Scholle: $A= V/h = 1{,}923\ m^3 : 0{,}3\ m = 6{,}41m^2$

V… Volumen der Eisscholle
ρ_W ... Dichte von Meerwasser (= 1030)
ρ_E ... Dichte von Eis (= 900)
g ... 10 ms^{-2}

7) In einer Wasserleitung ist der Überdruck 2,7 bar.
a) Mit welcher Geschwindigkeit kann das Wasser höchstens aus der Leitung fließen?
b) Welchen Druck hat die Leitung an einer 7 m höher gelegenen Stelle?
c) Welche Höhe muss der Wasserspiegel im Speicher haben, um den Überruck von 2,7 bar zu erreichen?

Die Flüssigkeitsströmung wird als Reibungsfrei angenommen.

Lösung:
a) Wir betrachten 2 Punkte der Wasserleitung, die auf derselben Höhe liegen: Einen Punkt im ausfließenden Wasserstrahl und einen Punkt in dem wesentlich weiteren Rohr knapp davor. Die Geschwindigkeit im weiteren Teil bezeichnen wir mit v_1.
Da sie bei einem weiten Rohr sehr klein ist, nehmen wir an, dass sie den Wert $v_1 = 0$ hat.
Der Druck p_1 an dieser Stelle setzt zusammen aus dem Luftdruck p_0 und dem Überdruck (2,7 bar) → $p_1 = p_0 + 270$ kPa
Beim Ausfließen aus der Wasserleitung ist der Druck gleich dem Luftdruck p_0 → $p_2 = p_0$.
Die Ausströmgeschwindigkeit ist v_2.
Mittels Bernoullischer Gleichung ergibt sich:
$270 \text{ kPa} + p_0 + \rho g h + \frac{1}{2} \cdot \rho v_1^2 = p_0 + \rho g h + \frac{1}{2} \cdot \rho v_2^2$ oder $2 \cdot 270 \text{ kPa} = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot v_2^2$
Daher ist die Ausflussgeschwindigkeit $v_2 = 23{,}2$ m/s = <u>83,7 km/h.</u>

b) An einer 7m höher gelegenen Stelle verringert sich der Druck um den Gewichtsdruck $\Delta p = \rho g h = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 7\text{m} = 70$ kPa, sodass er nur <u>2 bar</u> beträgt.

c) Es muss 270 kPa = $\rho g h$ sein → <u>$h = 27$ m</u>

8) Eine Linse besteht aus Kronglas und hat eine Brechkraft von 8 Dioptrien. Welche Brechkraft hat die Linse, wenn sie sich (z.B. beim Tauchen) in Wasser befindet?

Lösung: Die Brennweite f, bzw. die Brechkraft 1/f, ergibt sich aus dem Brechungsindex $_1n_2$ des Glases relativ zum umgebenden Medium und den Krümmungsradien r_1 und r_2 der beiden Begrenzungsflächen zu $1/f = (n - 1) \cdot (1/r_1 + 1/r_2)$.

Für Kronglas in Luft ist $_1n_2 = 1{,}51$ → daher ist $8 \text{ m}^{-1} = 0{,}51 \cdot (1/r_1 + 1/r_2)$ oder
$(1/r_1 + 1/r_2) = 15{,}69 \text{ m}^{-1}$.

Für Kronglas in Wasser ist $_1n_2 = 1{,}51/1{,}33 = 1{,}135$. → $(1/f)$Wasser $= 0{,}135 \cdot 15{,}69 \text{ m}^{-1} = 2{,}12 \text{ m}^{-1}$.
Die Brechkraft in Wasser beträgt <u>2,12 Dioptrien</u>.

9) In einem Laboratorium wird ein Präparat, welches das Isotop ^{24}Na mit einer Aktivität von $4 \cdot 10^7$ Bq enthält, benötigt. Von der Herstellung des Präparates bis zur Verwendung vergehen 60 Stunden. Welche Aktivität muss das Material bei der Herstellung haben, damit es bei der Benützung die gewünschte Aktivität hat? Die Halbwertszeit beträgt 15 Stunden.

Lösung:
$T_{1/2} = \ln 2/\lambda$ → $\lambda = \ln 2/15\text{h} = 0{,}000012836$ $(1{,}28 \cdot 10^{-5})$
$t = 216\,000$ s
$A = 4 \cdot 10^7$ Bq
Zu verwendende Formel: $A = A_O \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
A_0 wird gesucht → $A_0 = A \cdot e^{+\lambda \cdot t}$ oder $A_0 = \frac{A}{e^{-\lambda \cdot t}}$

→ Die Aktivität am Anfang (A_0) beträgt <u>$6{,}4 \cdot 10^8$ Bq.</u>

Anderer Lösungsvorschlag: Die Zeit von 60 Stunden ist das 4-fache der Halbwertszeit, daher fällt die Aktivität in diesem Zeitraum auf $(1/2)^4 = 1/16$ → daher muss die Aktivität zu Beginn das 16-fache sein. ($4 \cdot 10^7\ Bq \cdot 16 = 6{,}4 \cdot 10^8\ Bq$)

10) Das Rohr des Lasers ist 1 m lang und enthält ein Gasvolumen von 100 cm³. Es erhitzt sich bei Betrieb von 20 auf 60°C. Um wie viel % steigt dadurch der Druck des Gasgemisches, wenn das Gas als ideal betrachtet werden kann und der Anfangsdruck 0,0003 bar war?

Lösung: Volumen bleibt konstant, Temperatur und Druck ändern sich → deswegen verwendet man das Gasgesetz $\frac{p}{T} = \text{const.}$

p_1, T_1 … Druck und Temperatur am Anfang
p_2, T_2 … Druck, Temperatur am Ende
$T_1 = 173\ K + 20°C = 293\ K$
$T_2 = 173\ K + 60°C = 333\ K$
$p_1 = 0{,}0003\ bar = 30\ Pa$ ($1 bar = 10^5\ Pa$)

$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ → $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$ → $\frac{p_2}{p_1} = 1{,}14$ → d.h. der Druck steigt um 14%.